**20. Квантили, квартили, перцентили**

**Квантили** вариационного ряда – это варианты, занимающие определенное место в ранжированной совокупности.

***P -ый перцентиль*** вариационного ряда – это значение признака, слева от которого лежит P% вариантов ряда. Позиция P -го перцентиля задается как

(n + 1) P /100, где n – число вариантов ряда.

**Перцентиль**– это значение признака в определенной позиции ранжированного ряда, мера относительной позиции варианта в ряду.

**Квартили** – квантили, которые делят вариационный ряд на четыре равные части первый квартиль, второй квартиль, третий квартиль четвертый квартиль (обозначаются Q1, Q2, Q3, Q4).

Первый квартиль (25-й перцентиль) = это значение признака в вариационном ряду, слева от которого лежит ¼ (или 25%) всех вариантов.

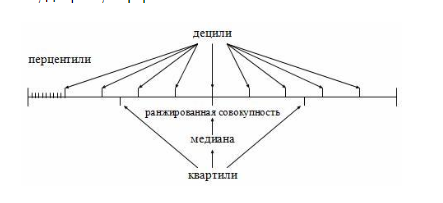
Второй квартиль (50-й перцентиль). Он называется *медианой* и обозначается *Ме*.

**Медиана** – значение признака ряда, относительно которого вариационный ряд делится на две равные по числу вариантов части. Это – 50-й перцентиль.

Третий квартиль – это точка, слева от которой находится ¾ или 75% вариантов ряда.

25-й перцентиль называют нижним квартилем, 50-й перцентиль (медиану) – средним квартилем, 75-й перцентиль – верхним квартилем.

**Децили** – квантили, которые делят вариационной ряд на десять равный частей (10, 20, … , 90 перцентили.)

****

***Мода*** – это значение признака, наиболее часто встречающееся в вариационном ряду. Обозначается Мо.

Для интервального вариационного ряда:

1. сначала определить модальный интервал (по максимальной частоте),
2. затем — значение модальной величины признака по формуле:



где:

* — значение моды
* — нижняя граница модального интервала
* *i* — величина интервала
* — частота модального интервала
* — частота интервала, предшествующего модальному
* — частота интервала, следующего за модальным

**Общие формулы для квантилей:**

Рассчитать номер квантиля: 

Если ряд интервальный, то рассчитать значение квантиля по формуле:



где:

* – квантиль,
* – номер квантиля,
* j– порядковый номер квантиля,
* - сумма всех частот (количество элементов в совокупности),
* – размерность квантиля (на сколько частей эти квантили делят совокупность),
* - нижняя граница квантильного интервала,
* – ширина квантильного интервала,
* - накопленная частота предквантильного интервала,
* - частота квантильного интервала.

**Медиана для интервального вариационного ряда:**

1. Определяется номер медианы по формуле: , полученное значение округляется до целого большего числа.
2. Затем по накопленной частоте определяется интервал, в который входит элемент с таким номером,
3. Затем — значение медианы по формуле:



где:

* — искомая медиана
* — нижняя граница интервала, который содержит медиану
* *i* — ширина интервала
* — сумма частот или число членов ряда
* - накопленная частота интервала, предшествующего медианному
* — частота медианного интервала

**Медиана для дискретного вариационного ряда:**

1. Сначала *порядковый номер медианы* по формуле: 
2. Затем определяют, какое значение признака обладает накопленной частотой, равной номеру медианы:
3. Если ряд содержит **четное** число элементов, то медиана будет равна средней из двух значений признака, находящихся в середине.
4. **Если ряд содержит нечетное** число элементов, определяют, какое значение варианта обладает накопленной частотой, равной номеру медианы.

**Примеры:**

1. Определить 25-й, 50-й и 90-й перцентили вариационном ряду.

\*тут должен быть какой-то ряд, но в лекции его нет, а решение есть :)\*

**? ? ? ? 13 14 ? ? ? ? ? 15 15 ? ? ? ? ? ? ? ? ? 19 21 ? ?**

Всего 26 значений (n = 26)

Определяем 25-й перцентиль.

1) Найти его позицию в вариационном ряду:

(n + 1) P /100 = (26 + 1) 25 /100 = (27) (0,25) =6,75.

Эта позиция находится между шестым и седьмым вариантами.

Шестой по порядку вариант в ранжированном ряду равен 13, седьмой – 14.

Значение перцентиля находится в точке, которая делит расстояние между 13

и 14 в соотношении 0,75 к 1, расстояние от 13 до 25-го перцентиля

составляет 0,75 от длины отрезка между 13 и 14.

Итак, 25-й перцентиль равен 13,75.

Найдем 50 перцентиль.

1) Найти значение варианта, соответствующего позиции:

(n + 1) P /100 = (26 + 1) 50 /100 = (27) (0,5) =13,5.

Просмотрим ранжированные варианты.

Видим, что значение 13-го по порядку варианта равно 15.

Значение 14-го по порядку варианта также равно 15.

Отсюда 50-й перцентиль равен 15.

Определяем 90-й перцентиль.

Определяем 90-й перцентиль как значение варианта, соответствующего

позиции

(n + 1) P /100 = (26 + 1) 90 /100 = (27) (0,9) =24,3.

Значение 24-го варианта равно 19, а 25-го равно 21, следовательно,

расстояние от 19 до 90-го перцентиля составляет 0,3 от длины отрезка между

19 и 21 (длина отрезка равна 2). Поэтому 90-й перцентиль равен 19,6.

Верхний квартиль – это точка, соответствующая позиции

(26 + 1) 75 /100 = (27) (0,75) =20,65. Его значение равно 16,65.

Шесть значений равно 14. Значение признака, равное 14

встречается наиболее часто. Следовательно мода равна 14.

**2.** По данным таблицы вычислить медиану.

*Сумма денег, израсходованные на покупки товаров в отделе верхней одежды*

Таблица

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервалы расходов | 100-300 | 300-500 | 500-700 | 700-900 | 900-1100 | 1100-1300 |
| Число покупателей mi | 30 | 38 | 50 | 31 | 22 | 13 |
| Доля покупателей νi | 0.163 | 0.207 | 0.272 | 0.168 | 0.120 | 0.070 |

Решение:

Ме = 500 + 200•((0,5•184 -68)/50) = 596.

**3.** По данным таблицы найти моду.

Решение:

Мо = 500 + 200•((50 - 38)/((50 -38) + (50 - 32)) = 577,42.

Вместо частот при вычислении квантилей и моды можно использовать частости.